PROSEMINAR ALGEBRA WS 2014

Die mit ^{s} gekennzeichnete Aufgabe ist schriftlich auszuarbeiten und nächsten Dienstag im Proseminar abzugeben. Aufgaben mit * sind etwas anspruchsvoller.

73 (a) Ist $\mathbb{Q}(i) \subset \mathbb{Q}(i)(\sqrt[4]{5})$ eine normale Körpererweiterung? Begründung!

(b) Wenn ja, finde eine endliche Erweiterung von $\mathbb{Q}(i)(\sqrt[4]{5})$, die nicht normal über $\mathbb{Q}(i)$ ist.

(c) Wenn nicht, finde eine endliche Erweiterung von $\mathbb{Q}(i)(\sqrt[4]{5})$, die normal über $\mathbb{Q}(i)$ ist.

74 Beschreibe alle Körper-Automorphismen von $\mathbb{Q}(\sqrt[8]{3})$ über $\mathbb{Q}(\sqrt{3})$.

75^s Es sei $K \subset L$ eine Galois-Erweiterung und $a \in L \setminus K$ ein Element von L. Zeige, dass jeder Körper-Homomorphismus $\varphi : K(a) \to L$ über K eine Fortsetzung zu einem Körper-Automorphismus $\overline{\varphi} : L \to L$ besitzt.

76 (a) Es sei G eine Untergruppe von $\mathrm{Aut}(L)$, für einen Körper L. Zeige, dass der Fixkörper $K = L^G$ ein Körper ist.

(b) Illustriere die Situation an zwei verschiedenen Beispielen.

77 Die Ableitung f' eines Polynoms $f \in K[x]$ ist genau dann Null, wenn $f \in K[x^p]$ liegt, wobei die Charakteristik von K gleich $p > 0$ ist.

78* (a) Zeige: Ein irreduzibles Polynom $f \in K[x]$ ist separabel genau dann, wenn $f' \neq 0$.

(b) Beschreibe die Erweiterung $\mathbb{F}_p(t^p) \subset \mathbb{F}_p(t)$.